PRIIMEK	IME	VPISNA ŠTEVILKA

NALOGA	TOČKE
1.	
2.	
3.	
SKUPAJ	

1. KOLOKVIJ IZ LINEARNE ALGEBRE
računski del, 2.12.2005

Navodilo: Vse odgovore dobro utemelji. Čas reševanja: 60 minut. Točkovanje: 30+35+35. Srečno!

1. naloga: V enakokrakem trapezu $ABCD$ velja $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{a}$ in $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{b}$. Točka E razpolavlja stranico AD, točka F razpolavlja DC, točka S pa je presečišče daljic BD in EF.

(a) Izrazi vektor $\overrightarrow{BS}$ z vektorjema $\overrightarrow{a}$ in $\vec{b}$.

(b) Primerjaj ploščini trikotnika EFD in trapeza $ABCD$.

2. naloga: Poišči enačbo premice p, ki pod pravim kotom seka premici

$$q : 1 - x = \frac{y-1}{2} = z - 1 \qquad \text{in} \qquad r : x - 2 = \frac{y+1}{3} = -z.$$

3. naloga: Označimo z $\mathcal{U}$ množico vseh rešitev $(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4$ sistema enačb

$$x + 2y + z + w = 0 \quad \text{in} \quad -x + z + w = 0.$$

(a) Pokaži, da je $\mathcal{U}$ linearen podprostor prostora $\mathbb{R}^4$.

(b) Poišči kakšno bazo prostora $\mathcal{U}$ in zapiši njegovo dimenzijo.

(c) Ali lahko poiščemo taka parametra $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, da bo $(2, \alpha, \beta, 1) \in \mathcal{U}$?

REŠITVE:

1. naloga:

(a) $\overrightarrow{BS} = \frac{5}{6}\left(\overrightarrow{b} - \overrightarrow{a}\right)$

(b) $pl_{EFD} = \frac{1}{8}|\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}|$ in $pl_{ABCD} = \frac{3}{2}|\overrightarrow{a} \times \overrightarrow{b}|$, torej je $pl_{EFD} = \frac{1}{12}pl_{ABCD}$.

2. naloga: Smerni vektor iskane premice dobimo z vektorskim produktom smernih vektorjev podanih premic $\overrightarrow{s_p} = \overrightarrow{s_r} \times \overrightarrow{s_q} = 5(1,0,1)$. Ker se premici q in r sekata, gre tudi premica p skozi njuno presečišče $S(2,-1,0)$. Enačba iskane premice p v vektorski obliki je tako:

$$p : \overrightarrow{r} = (2,-1,0) + \lambda(1,0,1), \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

3. naloga:

(a) Iz sistema enačb najprej ugotovimo $\mathcal{U} = \{\ (-y, y, -y-w, w) \mid y, w \in \mathbb{R}\ \}$. Nato preverimo, da za poljubna elementa $(-y_1, y_1, -y_1 - w_1, w_1), (-y_2, y_2, -y_2 - w_2, w_2) \in \mathcal{U}$ in poljubna $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ velja

$$\begin{aligned} & \alpha(-y_1, y_1, -y_1 - w_1, w_1) + \beta(-y_2, y_2, -y_2 - w_2, w_2) = \\ = \ & (-(\alpha y_1 + \beta y_2), \alpha y_1 + \beta y_2, -(\alpha y_1 + \beta y_2) - (\alpha w_1 + \beta w_2), \alpha w_1 + \beta w_2) \in \mathcal{U}. \end{aligned}$$

(b) $\mathcal{B}_{\mathcal{U}} = ((1,1,-1,0),(0,0,-1,1))$ in $\dim \mathcal{U} = 2$.

(c) $\alpha = -2$, $\beta = 1$.