

PRIIMEK	IME	VPISNA ŠTEVILKA	SMER

NALOGA	TOČKE
1.	
2.	
3.	
4.	
SKUPAJ	

MATEMATIČNA ANALIZA 3

računski del
11.6.2008

Točkovanje: 25+20+30+25=100

1. Določite maso telesa

$$G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 \leq z \leq 2(x^2 + y^2), x^2 + y^2 \leq 2x\},$$

če je gostota sorazmerna oddaljenosti od ravnine $z = 0$.

Namig: Uporabite cilindrične koordinate.

2. V prostoru imamo tri ploskve:

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1, \quad z = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \text{in} \quad y = x.$$

(a) Poiščite točke, v katerih se sekajo vse tri ploskve naenkrat.

(b) Izberite si eno izmed presečnih točk in v njej zapišite enačbe tangentskih ravnin na vse tri ploskve ter poiščite kote med njimi.

3. Skicirajte krivuljo \vec{K} , ki je presek valja $x^2 + y^2 = 3$ in ploskve $z = 5 - x^2 - y^2$ ter je orientirana v smeri urinega kazalca, če jo gledamo iz točke $T(0, 0, 10)$. Izračunajte

$$\oint_{\vec{K}} x^2 y dx + y dz$$

(a) direktno,

(b) z uporabo Stokesovega izreka.

4. Rešite začetni problem

$$y' + \frac{y}{1-x} + x^2 = 0, \quad y(2) = -2$$

Rezultati:

1. 5π

2. $T_1 \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right), T_2 \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$

Enačbe tangentskih ravnin v točki T_1 : $\Pi_1 : x + y + \sqrt{2}z = 2, \Sigma_1 : x + y - \sqrt{2}z = 0$ in $\Omega_1 : x = y$

Enačbe tangentskih ravnin v točki T_2 : $\Pi_2 : -x - y + \sqrt{2}z = 2, \Sigma_2 : x + y + \sqrt{2}z = 0$ in $\Omega_1 : x = y$

Tangentske ravnine so paroma pravokotne.

3. $\frac{9\pi}{4}$

4. $y = \left(2 - \frac{x^2}{2} - x - \ln|x-1| \right) (x-1)$