PRIIMEK	IME	VPISNA ŠTEVILKA	SMER

NALOGA	TOČKE
1.	
2.	
3.	
4.	
SKUPAJ	

MATEMATIČNA ANALIZA 3

računski del

17.6.2009

Točkovanje: 25+20+30+25=100

1. Izračunajte maso tistega dela plašča stožča $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, ki leži znotraj valja $x^2 + y^2 \leq 2y$, če je gostota $\varrho(x, y, z) = k\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

2. Naj bo G telo, ki ga omejujejo ploskve $z = 0$, $z = e^{x^2+y^2}$ in $x^2 + y^2 = 4$. Izračunajte

$$\iiint\limits_G (x^2 + y^2 + z^2)dxdydz.$$

3. Naj bo $\vec{F}(x, y, z) = (0, 2x, x^2)$ in P zgornja stran ploskve $z = 7 - \sqrt{x^2 + y^2}$, ki leži nad ravnino $z = 3$. Izračunajte pretok vektorskega polja $rot\,\vec{F}$ skozi ploskev $\vec{P}$ na dva načina.

4. Rešite začetni problem

$$y' = \frac{y^2 + 2xy - x^2}{2x^2}, \quad y(1) = 3.$$

Rezultati:

1. $\frac{64k}{9}$

2. $\frac{(e^{12}+27e^4+8)\pi}{9}$

3. 32π

Nalogo lahko rešimo na tri načine:

- direktno s ploskovnim integralom 2. tipa vektorskega polja $rot\,\vec{F}$ po zgornji strani plašča stožca P;
- z uporabo Stokesovega izreka ploskovni integral 2. tipa vektorskega polja $rot\,\vec{F}$ po zgornji strani plašča stožca P transformiramo v krivulni integral vektorskega polja $\vec{F}$ po krožnici, ki je orientiran rob plašča stožca P;
- ker je $div(rot\,\vec{F}) = 0$, je po Gaussovem divergenčnem izreku pretok vektorskega polja $rot\,\vec{F}$ skozi zgornjo stran plašča stožca P enak pretoku skozi zgornjo stran kroga, ki je dno stožca.

4. Z uvedbo nove sremenljivke $u = \frac{y}{x}$ dobimo enačbo z ločljivimi spremenljivkami, ki jo rešimo s pomočjo parcialnih ulomkov. Z uporabo začetnega pogoja dobimo rešitev $y = \frac{x(x+2)}{2-x}$.