

PRIIMEK	IME	VPISNA ŠTEVILKA	SMER

NALOGA	TOČKE
1.	
2.	
3.	
4.	
SKUPAJ	

MATEMATIČNA ANALIZA 3

računski del

23.1.2007

Točkovanje: 25+25+25+25=100

1. Določite težiče krogle

$$G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 \leq 2z\},$$

če je njena gostota v vsaki točki sorazmerna oddaljenosti od izhodišča.

Namig: Uporabite sferične koordinate.

2. Pokažite, da je krivulja $\vec{r}(t) = (t+1, t^2, 2t)$, $t \in [-2, 2]$ ravninska. V kateri ravnini leži? Poiščite točko na krivulji, kjer je fleksija največja in jo izračunajte?

3. Skicirajte krivuljo \vec{K} , ki je presek paraboloida $z = x^2 + y^2$ in ravnine $z = 9$, orientirano v smeri urinega kazalca, če jo gledamo iz točke $(0, 0, 20)$. Izračunajte

$$\oint_{\vec{K}} (x + yz) dx + y dz$$

direktno in z uporabo Stokesovega izreka.

4. Rešite začetni problem

$$y' + 3y = x, \quad y(0) = 1$$

Za krivuljo s parametrizacijo $\vec{p}(t)$ velja: $\vec{T}(t) = \frac{\dot{\vec{p}}(t)}{\|\dot{\vec{p}}(t)\|}$, $\vec{N}(t) = \vec{B}(t) \times \vec{T}(t)$,

$$\vec{B}(t) = \frac{\dot{\vec{p}}(t) \times \ddot{\vec{p}}(t)}{\|\dot{\vec{p}}(t) \times \ddot{\vec{p}}(t)\|}, \quad \kappa(t) = \frac{\|\dot{\vec{p}}(t) \times \ddot{\vec{p}}(t)\|}{\|\dot{\vec{p}}(t)\|^3}, \quad \tau(t) = \frac{[\dot{\vec{p}}(t), \ddot{\vec{p}}(t), \ddot{\vec{p}}(t)]}{\|\dot{\vec{p}}(t) \times \ddot{\vec{p}}(t)\|^2}.$$