

PRIIMEK	IME	VPISNA ŠTEVILKA	SMER

NALOGA	TOČKE
1.	
2.	
3.	
4.	
SKUPAJ	

MATEMATIČNA ANALIZA 3

računski del
9.2.2009

Točkovanje: 25+25+25+25=100

1. Naj bo $\vec{F}(x, y, z) = (-y, x, z^2)$ in \vec{P} spodnja stran ploskve

$$z = e^{\frac{x^2+y^2}{2}},$$

ki leži znotraj valja $x^2 + y^2 \leq 16$. Izračunajte pretok vektorskega polja \vec{F} skozi ploskev \vec{P} z uporabo Gaussovega izreka.

2. Pokažite, da je K , dana s parametrizacijo $\vec{r}(t) = (\cos t, \sin t + 2, 2 \sin t + 1)$, $t \in [0, \pi]$, ravninska. Poiščite enačbo ravnine, v kateri leži.

Določite točko $A(x_0, y_0, z_0)$, kjer ima K največjo fleksijo.

3. Določite maso telesa, ki ga omejujejo ploskve $x^2 + y^2 + z^2 = 18$, $x^2 + y^2 + z^2 = 5$ in $x^2 + y^2 = \frac{z}{2}$, če je $\rho(x, y, z) = kz$.

4. Poiščite ortogonalne trajektorije družine krivulj

$$y = Ce^{\frac{x^2-y^2}{2}}.$$

Določite tisto ortogonalno trajektorijo, ki gre skozi točko $T(2,3)$.

Za krivuljo s parametrizacijo $\vec{p}(t)$ velja: $\vec{T}(t) = \frac{\dot{\vec{p}}(t)}{\|\dot{\vec{p}}(t)\|}$, $\vec{N}(t) = \vec{B}(t) \times \vec{T}(t)$,

$$\vec{B}(t) = \frac{\dot{\vec{p}}(t) \times \ddot{\vec{p}}(t)}{\|\dot{\vec{p}}(t) \times \ddot{\vec{p}}(t)\|}, \quad \kappa(t) = \frac{\|\dot{\vec{p}}(t) \times \ddot{\vec{p}}(t)\|}{\|\dot{\vec{p}}(t)\|^3}, \quad \tau(t) = \frac{[\dot{\vec{p}}(t), \ddot{\vec{p}}(t), \ddot{\vec{p}}(t)]}{\|\dot{\vec{p}}(t) \times \ddot{\vec{p}}(t)\|^2}.$$

Rezultati:

1. $\pi(1 - e^{16})$

2. $\kappa(t) = \frac{\sqrt{5}}{(\sqrt{1+4\cos^2 t})^3}$, $A(0, 3, 3)$

3. $\frac{121k\pi}{12}$

4. $y^2 = \frac{40}{x^2} - 1$