

PRIIMEK	IME	VPISNA ŠTEVILKA	SMER

NALOGA	TOČKE
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
SKUPAJ	

MATEMATIČNA ANALIZA 3

teoretični del
17.9.2009

Točkovanje: 20+20+20+20+20=100

1. Naj bo U odprta podmnožica \mathbb{R}^2 , Δ zaprta in omejena podmnožica U in $\vec{f}(u, v)$, $(u, v) \in \Delta$, parametrizacija gladke elementarne ploskve P . Kako izračunamo normalni vektor na ploskev, če je ploskev dana s parametrizacijo?

Navedite konkreten primer parametrično podane ploskve in jo skicirajte. Zapišite, kaj je Δ in ga narišite. Izberite si točko na ploskvi in v njej določite normalo. V izbrani točki določite koordinatni krivulji in ju skicirajte na ploskvi.

2. Naj bo

$$\vec{p}: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad \vec{p}(t) = (e^t \sin t, e^t, e^t \cos t).$$

- (a) Preverite, če je krivulja $K = \vec{p}([-1, 1])$ sklenjena, enostavna in regularna (gladka).
- (b) Izračunajte njeno dolžino.
- (c) Določite tangenti vektor in tangento v točki $A(0, 1, 1)$.

3. (a) Kdaj je območje $\Delta \subset \mathbb{R}^3$ enostavno povezano? Navedite in skicirajte Δ , ki ni enostavno povezano.

(b) Naj bo območje $\Delta \subset \mathbb{R}^3$ enostavno povezano. Določite vrednosti parametrov A in B , da bo polje $\vec{F}(x, y, z) = (2xy + A \sin z, Bx^2, e^z)$ potencialno. Izračunajte potencial polja $\vec{F}(x, y, z)$ pri teh parametrih.

4. Skicirajte telo G , ki ga omejujeta ploskvi $z(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ in $z(x, y) = \sqrt{3(x^2 + y^2)}$ in vpeljite sferične koordinate v trojni integral

$$\iiint_G f(x, y, z) \, dx \, dy \, dz.$$

5. Zapišite splošno obliko homogene linearne diferencialne enačbe drugega reda s konstantnimi koeficienti in njen karakteristični polinom.

Kakšna je splošna reitev enačbe, če ima karakteristični polinom konjugirano kompleksni ničli $\alpha \pm i\beta$?

Podajte primer enačbe, ki ima karakteristični polinom s konjugirano kompleksnima ničloma, in jo rešite ter naredite preizkus.