

PRIIMEK	IME	VPISNA ŠTEVILKA	SMER

NALOGA	TOČKE
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
SKUPAJ	

MATEMATIČNA ANALIZA 3

teoretični del
7.5.2009

Točkovanje: 20+15+15+25+25=100

1. Kako izračunamo ploskovni integral 2. tipa zveznega vektorskega polja $\vec{G}(x, y, z)$ po elementarni orientirani ploskvi $\vec{P} = (P, \vec{\nu})$, če je $\vec{f}(u, v)$, $(u, v) \in \Delta$, njena gladka injektivna parametrizacija?

Naj bo $\vec{P} = (P, \vec{\nu})$ del plašča valja s parametrizacijo

$$\vec{f}(\varphi, z) = (\cos \varphi, \sin \varphi, z), \quad (\varphi, z) \in [0, \pi] \times [1, 4],$$

ki ima $\vec{\nu}(0, 1, 2) = (0, -1, 0)$. Izračunajte pretok vektorskega polja $\vec{G}(x, y, z) = (x, y, xz)$ skozi \vec{P} .

2. Kakšna je splošna oblika diferencialne enačbe prvega reda z ločljivimi spremenljivkami.

Navedite primer diferencialne enačbe prvega reda z ločljivimi spremenljivkami in jo rešite ter naredite preizkus.

3. Naj bo $\vec{F}(x, y, z) = (P(x, y, z), Q(x, y, z), R(x, y, z))$ zvezno odvedljivo potencialno vektorsko polje. Pokažite, da velja

$$\text{rot}(\vec{F}) = 0.$$

4. (a) Formulirajte Greenov izrek. Narišite skico in vse uporabljene količine podrobno razližite

(b) S pomočjo Greenovega izreka izračunajte

$$\oint_{\vec{K}} (\cos x + x^2 - y) dx + (e^y + 2x) dy,$$

kjer je \vec{K} pozitivno orientirana krožnica s središčem v izhodišču in polmerom 2.

(c) Skicirajte krivuljo $r(\varphi) = \cos \varphi$, $\varphi \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, in izračunajte ploščino lika, katerega rob je dana krivulja.

5. Zapišite zvezo med kartezičnimi in cilindričnimi koordinatami.

Izračunajte Jacobijevo determinanto.

Skicirajte telo

$$G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; x \geq 0, y \geq 0, \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 6 - x^2 - y^2\}$$

in vpeljite cilindrične koordinate v trojni integral

$$\iiint_G f(x, y, z) dx dy dz.$$

V kartezičnem koordinatnem sistemu narišite točko $T(2\sqrt{3}, 2, 3)$ in določite njene cilindrične koordinate. Ali točka T leži znotraj telesa G ?