

PRIIMEK	IME	VPISNA ŠTEVILKA	SMER

NALOGA	TOČKE
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	
SKUPAJ	

MATEMATIČNA ANALIZA 3

teoretični del

9.2.2009

Točkovanje: 20+15+10+15+15+25=100

1. Zapišite splošno obliko homogene linearne diferencialne enačbe drugega reda s konstantnimi koeficienti in njen karakteristični polinom.

Kakšna je splošna rešitev enačbe, če ima karakteristični polinom dvojno ničlo α ?

Podajte primer take enačbe in jo rešite ter naredite preizkus.

2. Za daljico K s krajiščema $A(a_1, a_2)$ in $B(b_1, b_2)$ preverite enakost

$$\int_{K:A}^B x dy - y dx = a_1 b_2 - a_2 b_1$$

3. Pokažite, da velja:

Če je vektorska funkcija $\vec{f}(t)$ odvedljiva in je $\|\vec{f}(t)\| = C$, $C \in \mathbb{R}$, potem je

$$\dot{\vec{f}}(t) \perp \vec{f}(t).$$

4. Formulirajte Stokesov izrek. Narišite skico in vse uporabljene količine podrobno razložite.

5. Naj bosta $u = u(x, y, z)$ in $\vec{F}(x, y, z) = (P(x, y, z), Q(x, y, z), R(x, y, z))$ zvezno odvedljivi polji. Pokažite, da velja

$$\operatorname{div}(u \vec{F}) = u \operatorname{div}(\vec{F}) + \vec{F} \cdot \operatorname{grad} u.$$

6. Zapišite zvezo med kartezičnimi in sferičnimi koordinatami.

Naj bo

$$G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3; -\sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2}, x^2 + y^2 + z^2 \leq 9\}.$$

Skicirajte prerez telesa G z ravnino $x = 0$ in vpeljite sferične koordinate v trojni integral

$$\iiint_G f(x, y, z) dx dy dz.$$

V kartezičnem koordinatnem sistemu narišite točko $T(0, -\sqrt{3}, 1)$ in določite njene sferične koordinate. Ali točka $T(0, -\sqrt{3}, 1)$ leži znotraj telesa G ?