ZAPIŠITE ENAČBO KRIVULJE, KI JO SESTAVLJAJO PRESEČIŠČA TANGENT KRIVULJE $\vec{r}(t) = (t, t^2, t^3), t > 0$, Z RAVNINO $x = 0$. DOLOČITE FLEKSIJO IN TORZIJO TAKO DOBLJENE KRIVULJE

ENAČBA TANGENTE V TOČKI $\vec{r}(t_0)$

$$\dot{\vec{r}}(t_0) = (1, 2t_0, 3t^2)$$

$$x(\lambda) = t_0 + \lambda$$
$$y(\lambda) = t_0^2 + 2t_0\lambda$$
$$z(\lambda) = t_0^3 + 3t_0^2\lambda$$

PRESEČIŠČE Z RAVNINO $x = 0$:

$$x(\lambda) = t_0 + \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = -t_0$$

PARAMETRIZACIJA KRIVULJE, KI JO SESTAVLJAJO PRESEČIŠČA

$$x(\varphi) = 0$$
$$y(\varphi) = \varphi^2 - 2\varphi^2 = -\varphi^2$$
$$z(\varphi) = \varphi^3 - 3\varphi^3 = -2\varphi^3$$

$$\vec{p}(\varphi) = (0, -\varphi^2, -2\varphi^3), \quad \varphi > 0$$

① $\tau(\varphi) = 0$, KER JE KRIVULJA RAVNINSKA

② $\dot{\vec{p}}(\varphi) = (0, -2\varphi, -6\varphi^2) \Rightarrow \|\dot{\vec{p}}(\varphi)\|^2 = 4\varphi^2 + 36\varphi^4 = 4\varphi^2(1+9\varphi^2)$

$\ddot{\vec{p}}(\varphi) = (0, -2, -12\varphi)$

$$\dot{\vec{p}}(\varphi) \times \ddot{\vec{p}}(\varphi) = (0, -2\varphi, -6\varphi^2) \times (0, -2, -12\varphi)$$

$$= (-2\varphi)(-2) \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 1 & 3\varphi \\ 0 & 1 & 6\varphi \end{vmatrix} \begin{matrix} \vec{i} & \vec{j} \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{matrix} = 4\varphi(0, 0, 3\varphi)$$

$$\Rightarrow \|\dot{\vec{p}}(\varphi) \times \ddot{\vec{p}}(\varphi)\| = 12\varphi^2$$

$$\varkappa(\varphi) = \frac{\|\dot{\vec{p}}(\varphi) \times \ddot{\vec{p}}(\varphi)\|}{\|\dot{\vec{p}}(\varphi)\|^3} = \frac{12\varphi^2}{\left(\sqrt{4\varphi^2(1+9\varphi^2)}\right)^3}$$

$$= \frac{12\varphi^2}{(2\varphi)^3 \cdot (1+9\varphi^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{12\varphi^2}{8\varphi^3(1+9\varphi^2)^{3/2}} \Rightarrow$$

$$\varkappa(\varphi) = \frac{3}{2\varphi\,(1+9\varphi^2)^{3/2}}$$